

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang dari ilmu matematika yang memiliki peran penting dalam penyelesaian masalah matematika dan memiliki banyak aplikasi dalam kehidupan sehari-hari, seperti : optimasi, jaringan komunikasi, teori koding, dan lain sebagainya. Banyak cabang dari teori graf yang menarik untuk dibahas, salah satunya di bidang pelabelan. Dalam [9] dijelaskan bahwa terdapat istilah pelabelan yang awalnya diperkenalkan oleh Sedlacek (1964), kemudian Steward (1966) serta Kotzig dan Rosa (1970). Konsep pelabelan graf menjadi topik yang banyak diminati dan berkembang pada saat sekarang ini.

Pelabelan merupakan suatu pemetaan bijektif yang memetakan unsur himpunan titik dan unsur himpunan sisi ke bilangan asli yang disebut label. Dalam [9], pelabelan yang banyak dibahas adalah pelabelan titik (*vertex labeling*) yang merupakan pelabelan dengan domain himpunan titik, pelabelan sisi (*edge labeling*) yang merupakan pelabelan dengan domain himpunan sisi, dan pelabelan total (*total labeling*) yakni pelabelan dengan domain himpunan titik dan himpunan sisi. Pada pelabelan total, terdapat istilah bobot titik (*vertex weight*) dengan simbol  $w(u)$  yang merupakan jumlah label titik  $u$  dan label

semua sisi yang terkait dengan titik tersebut. Untuk suatu sisi  $uv$  yang ada di graf tersebut, jumlah label sisi  $uv$  dan label dua titik yang menempel pada sisi disebut bobot sisi (*edge weight*) yang dinotasikan dengan  $w(uv)$ .

Konsep pelabelan anti ajaib awalnya diperkenalkan oleh Bodendiek dan Walther pada tahun 1993 [9]. Selanjutnya, pada tahun 2000, Simanjuntak mengembangkan konsep tersebut menjadi konsep pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib. Kotzig dan Rosa mendefinisikan pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib super pada suatu graf [2]. Misalkan terdapat  $G = (V, E)$  dengan  $|V(G)| = p$  dan  $|E(G)| = q$ . Suatu pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib adalah suatu pemetaan bijektif  $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p + q\}$ , sedemikian sehingga, himpunan bobot sisi  $\{f(u) + f(uv) + f(v) | uv \in E(G)\} = \{a, a + d, a + 2d, \dots, a + (q - 1)d\}$  untuk suatu  $a > 0$  dan  $d \geq 0$ . Suatu pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib dikatakan super jika  $f(V(G)) = \{1, 2, \dots, p\}$  dan  $f(E(G)) = \{p + 1, p + 2, \dots, p + q\}$ .

Penelitian di bidang ini terus berkembang seiring berjalannya waktu. Pada tahun 2006, Sugeng telah mengkaji sifat-sifat pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib super pada graf prisma diperumum (*prism graph*) pada [10]. Graf prisma diperumum yang dibentuk dari hasil kali kartesius  $C_m \times P_r$  dengan  $C_m$  adalah graf lingkaran dengan  $m$  titik dan  $P_r$  adalah graf lintasan dengan  $r$  titik. Graf prisma diperumum memuat pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$ , dan  $r \geq 2$  dengan  $d = \{0, 1, 2\}$ . Pada tahun 2018, Azizu telah mendefinisikan suatu graf baru, yakni graf hasil operasi korona graf prisma  $C_m \times P_2$  dengan komplemen graf lengkap, yang diberi nama graf

prisma bercabang dan disimbolkan dengan  $(C_m \times P_2) \odot \overline{K}_n$  [1]. Graf prisma bercabang  $(C_m \times P_2) \odot \overline{K}_n$  memuat pelabelan total sisi ajaib jika  $m$  ganjil,  $m \geq 3$ , dan  $n \geq 2$ . Pelabelan total sisi ajaib suatu graf  $G$  sama dengan pelabelan total  $(a, 0)$ -sisi ajaib suatu graf  $G$ , hal itu dikarenakan pelabelan ajaib memiliki bobot sisi yang sama, hal ini disebut konstanta ajaib yang disimbolkan dengan  $k$ . Karena setiap bobot sisi pelabelan ajaib sama, ini sama saja dengan setiap bobot sisi memiliki beda  $d = 0$ . Oleh sebab itu, pelabelan tersebut dikatakan pelabelan total  $(a, 0)$ -sisi anti ajaib. Berdasarkan kajian itu menarik jika dicari pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib dengan  $d$  lainnya yang dapat dibuat pada graf tersebut.

## 1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah pada tesis ini adalah bagaimana cara menentukan pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib super pada graf prisma bercabang  $(C_m \times P_2) \odot \overline{K}_n$  untuk  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$ .

## 1.3 Tujuan Penelitian

Pada [1] telah diperoleh bahwa graf prisma bercabang  $(C_m \times P_2) \odot \overline{K}_n$  untuk  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$  memuat suatu pelabelan total sisi ajaib super. Dapat dilihat juga pelabelan total sisi ajaib super sama dengan pelabelan total  $(a, 0)$ -sisi anti ajaib super. Pada tesis ini akan ditentukan salah satu cara pelabelan total  $(a, d)$ -sisi anti ajaib super untuk graf prisma bercabang  $(C_m \times P_2) \odot \overline{K}_n$  untuk  $m$  ganjil,  $m \geq 3$  dan  $n \geq 1$  dengan  $d$  lainnya.